

## 2. Übung im Fach Mathematik

## 1. Aufgabe

$f$  ist eine ganzrationale Funktion vom Grad 3 mit dem Funktionsterm  $f(x)$ .  
Zeige, dass  $x_0$  die einzige Nullstelle von  $f$  ist.

a)  $f(x) = 5x^3 - 20x^2 + 4x - 16$  und  $x_0 = 4$ .

b)  $f(x) = x^3 + 8x^2 + x + 8$  und  $x_0 = -8$ .

c)  $f(x) = 7x^3 - 77x^2 + 2x - 22$  und  $x_0 = 11$ .

d)  $f(x) = 4x^3 + 36x^2 + 3x + 27$  und  $x_0 = -9$ .

## 2. Aufgabe

Begründe, zum Beispiel mit dem Nullstellensatz, dass die Zahl

$$13^{804} - 1$$

(ohne Rest) durch 12 teilbar ist.

Denke erstens an die ganzrationale Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^{804} - 1$  und zweitens daran, dass  $12 = 13 - 1$  gilt.

## 3. Aufgabe

$\log_{10} 100 = 2$  und  $\log_{10} 999 \approx 2,99957$ .

Damit folgt, dass jede ganze Zahl  $z$  mit

$$2 \leq \log_{10} z < 3$$

3-stellig ist, also drei Ziffern hat.

Bestimme nun, wie viele Ziffern die Zahl

a)  $25 \cdot 8^{673}$

b)  $604 \cdot 33^{807}$

c)  $309 \cdot 36^{14605}$

d)  $457 \cdot 804^{13077}$

hat.